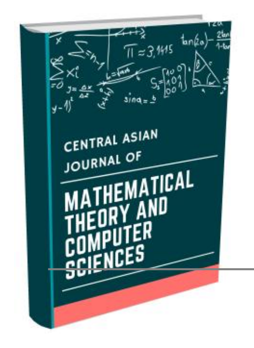


CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES

https://cajmtcs.centralasianstudies.org

Volume: 03 Issue: 07 | July 2022 **ISSN: 2660-5309**

ON SOME PROBLEMS WITH A MIXED FOR A HYPERBOLIC TYPE EQUATION WITH TWO LINES OF EXPRESSION

Nomanjonova Dinora Boykuzi kizi [1]

[1] *Fergana Polytechnic Institute, Assistant, dina_5750@mail.ru.*

Аннотация

В данной работе изучены нелокальные криевые задачи для уравнения гиперболического типа с двумя линиями вырождения, вырождающегося на границе области. Доказана однозначный разрешимости поставленной задачи.

.

ARTICLE INFO

Article history:
Received 28 may 2022
Revised form 25 june 2022
Accepted 8 july 2022

Ключевые слова:
Крыевая задачи, оператор дробного интегродифференцирования, интегральные уравнения Вольтерри, существования и единственныст решения задачи.

---***---

Настоящая работа посвящена приложению аппарата дробного интегродифференцирования от функции по другой функции к исследованию нелокальных кривых задач для уравнения

$$(-y)^m U_{xx} - x^n U_{yy} = 0 \qquad (1)$$

в области Ω, ограниченной характеристиками

$$AC: \frac{1}{q}x^q - \frac{1}{p}(-y)^p = 0, \qquad BC: \frac{1}{q}x^q + \frac{1}{p}(-y)^p = 1$$

уравнения (1), выходящими из точек $A(0,0)$, $B\left(q^{1/q},0\right)$ и отрезком AB прямой $y=0$. Здесь $2p = m+2$, $2q = n+2$, $m,n = const$, причем $m > n > 0$.

Введем обобщенного оператор дробного интегродифференцирования порядка $|c|$ от функции по другой функции в следующем виде $[1]$.

$$F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & g(x) \end{bmatrix}\varphi(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(-\tilde{n})}\int\limits_0^{\tilde{o}}\left[g(x)-g(t)\right]^{-c-1}\cdot F\left(a,b,-c;\dfrac{g(x)-g(t)}{g(x)}\right)\varphi(t)g'(t)dt, & c<0 \\ \varphi(x), & c=0 \\ \left[g(x)\right]^b\dfrac{d}{dg(x)}x^{-b}F_{ox}\begin{bmatrix} a+1 & b \\ c-1 & g(x) \end{bmatrix}\varphi(x), & 0<c<1 \end{cases} \quad (2)$$

где a,b и c – действительные числа; $g(x)-$монотонная функция, имеющая непрерывные производные; $\varphi(x)\in L(AB)$; $\Gamma(\cdot)-$гамма функция Эйлера [2]; $F(a,b,c;z)-$гипергеометрическая функция Гаусса [2].

Задача 1. Найти функцию $U(x,y)$ обладающему следующими свойствами:

1. $U(x,y)\in C(\overline{\Omega})\cap C'(\Omega\cup AB)\cap C^2(\Omega)$; $\int\limits_0^2\left|U_y\left(x^{1/q},0\right)\right|\left[x\cdot(1-x)\right]^{-\frac{m}{m+2}}dx<\infty$;

2. $U(x,y)$ регулярное решение уравнения (1) в области Ω;

3. $U(x,y)$ удовлетворяет условиям

$$U(x,0)=\tau(x), \qquad (x,0)\in\overline{AB} \quad (3)$$

$$\left(x^{4q}\right)^{-b}F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & \left(x^{2q}\right)^2 \end{bmatrix}U\left[\theta(x)\right]=C(x)U_y(x,0)+d(x), \qquad (x,c)\in AB \quad (4)$$

Где a,b и c – действительные числа; $c(x),d(x)$ известные функции; $\theta(x)$ и аффикс точки пересечения характеристики уравнения (1), выходящей из точки $(x,0)\in AB$ с характеристикой AC.

Имеет место следующая

Теорема. Пусть

$c+\beta<1, c-a>0,\ c-b\geq 0\ \ C(\nu)\neq 0,\forall x\in\overline{AB};\ \ C(x),d(x)\in C'(\overline{AB})$; $\tau(x)\in C'(\overline{AB})\cap C^2(AB)$.

Тогда существует единственные решения задачи.

Пользуясь формулой (5), находим

$$U\left[\theta(x)\right]=\gamma_1\cdot\left(x^{2q}\right)^{\frac{2-\alpha-3\beta}{q}}F_{ox}\begin{bmatrix} \dfrac{\beta-\alpha}{2} & \dfrac{4\beta-1}{2} \\ \beta & x^{2q} \end{bmatrix}\left(x^{2q}\right)^{\frac{\alpha+\beta-2}{2}}\tau(x)-$$
$$-\lambda_2\left(x^{2q}\right)^{\frac{\beta-\alpha}{2}}F_{ox}\begin{bmatrix} \dfrac{1-\alpha-\beta}{2} & \dfrac{\alpha-\beta}{2} \\ 1-\beta & x^{2q} \end{bmatrix}\left(x^{2q}\right)^{\frac{\alpha-p-1}{2}}\nu(x), \quad (6)$$

Здесь,

$$\gamma_1=\frac{\Gamma(q\beta)}{\Gamma(\beta)},\gamma_2=\frac{\Gamma(2-2\beta)}{\Gamma(1-\beta)}\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{1-2\beta}\cdot 2^{\alpha+3\beta-2}$$

Подставляя (6)в краевое условие (4) и заменяя x на $x^{1/4q}$, t на $t^{1/4q}$ имеем

$$\gamma_1 \cdot J_1(x) - \gamma_2 J_2(x) = \tilde{c}(x)\tilde{\nu}(x) + \tilde{d}(x), \qquad (x,\cdot) \in AB$$

где

$$J_1(x) = x^{-b} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{2-\alpha-3\beta}{2}} F_{ox}\begin{bmatrix} \frac{\beta-\alpha}{2} & \frac{\alpha+\beta-1}{2} \\ \beta & \sqrt{x} \end{bmatrix}\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{\alpha-\beta-1}{2}} \tilde{\tau}(x) \qquad (8)$$

$$J_2(x) = x^{-b} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{\beta-\alpha}{2}} F_{ox}\begin{bmatrix} \frac{1-\alpha-\beta}{2} & \frac{\alpha-\beta}{2} \\ 1-\beta & \sqrt{x} \end{bmatrix}\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{\alpha-\beta-1}{2}} \tilde{\nu}(x) \qquad (9)$$

$$\tilde{c}(x) = c\left(x^{1/4q}\right),\ \tilde{d}(x) = d\left(x^{1/4q}\right),\ \tilde{\tau}(x) = \tau\left(x^{1/4q}\right),\ \tilde{\nu}(x) = \nu\left(x^{1/4q}\right)$$

Для вычисления выражениях (8) и (9) воспользуемся преобразованием Меллина $[4]$.

$$f(x) \to \int_0^\infty x^{s-1} f(x)\,dx \qquad (10)$$

Легко показать, что

$$x^{-b} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}\varphi(x) \to \Gamma\begin{bmatrix} 1+c+b-s & 1-c-s \\ 1-a+b-s & 1-s \end{bmatrix}\varphi^{\alpha}(s-c-b) \qquad (11)$$

$\operatorname{Re} s < 1+c+b,\ 1-a$

и

$$\left(\sqrt{x}\right)^{-b} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & \sqrt{x} \end{bmatrix}\varphi(x) \to \Gamma\begin{bmatrix} 1+c+b-2s & 1-c-2s \\ 1-a+b-2s & 1-2s \end{bmatrix}\varphi^{\alpha}(ks-c-b) \qquad (12)$$

$k \operatorname{Re} s < 1+c+b,\ 1-a$ Тогда учитывая (11),(12) из (9) находим

$$J_2(x) = 2^{\beta}\Gamma\begin{bmatrix} 1+b-c-b,\ 1-n-s,\ \frac{3\beta-\alpha}{4}+b-c-s,\ \frac{2+3\beta-\alpha}{4}+b-c-s \\ 1-c+b-s,\quad \frac{1+\beta}{4}+b-c-s,\quad \frac{2+\beta}{4}+1-c-s \end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix} \frac{2+\alpha+\beta}{4}+b-c-s,\ \frac{2+\alpha+\beta}{4}+b-c-s \\ \frac{1}{2}+b-c-s,\quad 1+b-c-s \end{bmatrix}\varphi\left(\frac{2-\alpha-\beta}{2}+2c+2b+2s\right) \qquad (13)$$

Отсюда в силу формулы $[2]$.

$$C\left(y\middle|\begin{matrix} a_1,\ a_2,\ldots a_p \\ b_1,\ b_2,\ldots b_q \end{matrix}\right) \to \Gamma\begin{bmatrix} s+b_1,\ s+b_{n-1}\ s+b_m, 1-c_n-s, & \ldots 1-a_n-s \\ s+a_{n+1},\ s+n_{m-c_2},\ldots,s+a_{p1}, 1-b & ,\ldots,1-b_q-s \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

$$\int_0^\infty k_1\left(\frac{x}{t}\right)k_2(t)\frac{dt}{t} \to k_1^t(s)k_2^t(s) \qquad (15)$$

получим

$$J_2(x)=2^\beta\cdot\frac{x^{c-b}}{y}\times$$

$$\times\int_0^x C_{6,6}^{6,0}\left(\frac{y}{x}\middle|\begin{matrix} c-b,\ a,\ \frac{4-\beta-\alpha}{4}+c-b,\ \frac{2-\beta-\alpha}{4}+c-b,\ \frac{3-\beta-\alpha}{4}+c-b,\ \frac{1-\beta-\alpha}{4}+c-b \\ a-b,\ 0,\ \frac{3-2\alpha}{4}+c-b,\ \frac{1-2\alpha}{4}+c-b,\ \frac{1}{2}+c-b,\ c-b \end{matrix}\right)\times$$

$$\times y^{\frac{1-2\beta}{2}}\tilde{\nu}(y)dy \qquad (16)$$

Далее применяя формулы [2].

$$C_{p,q}^{m,n}\left(z\middle|\begin{matrix} a_1,a_2,\dots,a_n \\ b_1,\ b_2,\dots,b_n \end{matrix}\right)=C_{p,q}^{m,n}\left(\frac{1}{z}\middle|\begin{matrix} 1-b_1,1-b_2,\dots,1-b_n \\ 1-a_1,1-a_2,\dots,1-a_n \end{matrix}\right) \qquad (17)$$

и

$$z^\alpha C_{p,q}^{m,n}\left(z\middle|\begin{matrix} a_1,a_2,\dots,a_n \\ b_1,\ b_2,\dots,b_n \end{matrix}\right)=C_{p,q}^{m,n}\left(z\middle|\begin{matrix} a_1+\alpha,a_2+\alpha,\dots,a_n+\alpha \\ b_1+\alpha,\ b_2+\alpha,\dots,b_n+\alpha \end{matrix}\right) \qquad (18)$$

из (16) получим

$$J_2(x)=2^\beta\cdot x^{c-b}\times$$

$$\times\int_0^x C_{5,5}^{5,0}\left(\frac{y}{x}\middle|\begin{matrix} 1+c-a_1,\ 1+c-b,\ \frac{1+2\alpha}{4},\ \frac{2+2\alpha}{4},\ \frac{1}{2} \\ 1+c-a-b,\ \frac{\alpha+\beta}{4},\ \frac{2+\alpha+\beta}{4},\ \frac{1+\alpha+\beta}{4},\frac{3+\alpha+\beta}{4} \end{matrix}\right)y^{-\frac{1-2\beta}{4}}\tilde{\nu}(y)dy \qquad (19)$$

Аналогично находим

$$J_1(x)=2^{1-\beta}x^{c-b}\int_0^x C_{6,6}^{6,0}\left(\frac{y}{x}\middle|\begin{matrix} 1+c+a,\ 2+c+b,\ \frac{\alpha+\beta}{2},\ \frac{1+\alpha+\beta}{2},\ \frac{1+2\beta}{4},\ \frac{3+2\beta}{4} \\ 1,\ 1-c+b-a,\ \frac{\alpha+\beta}{4},\ \frac{\alpha+\beta+2}{4},\ \frac{\alpha+\beta+1}{2},\ \frac{3+\alpha+\beta}{4} \end{matrix}\right)\tau_1(x)dx \quad (20)$$

Аналогично исследуется.

Задача 2. Найти функцию $U(x,y)$ удовлетворяюшую условиям…:

1. $U(x,y)\in C(\overline{\Omega})\cap C'(\Omega\cup AB)\cap C^2(\Omega)$; $\int_0^2\left|U_y\left(x^{1/q},0\right)\right|\left[x\cdot(1-x)\right]^{-\frac{m}{m+2}}dx<\infty$;

2. $U(x,y)$ регулярное решение уравнения (1) в области Ω;

3. $U(x,y)$ удовлетворяет условиям

$$U_y(x,0)=\nu(x), \qquad (x,0)\in AB \tag{3}$$

$$\left(x^{2q}\right)^{-a} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & \left(x^{2q}\right)^2 \end{bmatrix} U\left[\theta(x)\right]=c(x)U_y(x,0)+g(x)U(x,0), \qquad (x,c)\in AB \tag{4}$$

Литературы

1. Симко С, Г, А, А, Маричев а.и Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск. Наука и техника 1987, 888 с.
2. Прудников А.П, Бригков Н.А, Миригов О.И Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.Наука. 1986, 800 с.
3. Пестун Л.В Решение задачи Коши для уравнения. $y^{\beta}U_{xx}-x^{\alpha}U_{yy}=0$ // Волжский матем. Сборник. 1965, выл 3, 289-295 с...
4. Маричев О.И Метод вычисления интегралов от специальных функций. Минск: Наука и технике.1978, 312 с...
5. Михлин С.Г. Лекции по липстным интегральным уравнениям. М: ГИФМЛ. 1959, 232 с.
6. Sultanov N. A., Nomanjonov S. N. Service Function, Materials and Accuracy Requirements of Stamps //Journal of Optoelectronics Laser. – 2022. – Т. 41. – №. 5. – С. 419-425.
7. Xursanov B., Latifjonov A., Abdulhakov U. APPLICATION OF INNOVATIVE PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES TO IMPROVE THE QUALITY OF EDUCATION //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 7. – С. 689-693.
8. Xursanov B. J., Mamarizayev I. M. O., Akbarov O. D. O. APPLICATION OF CONSTRUCTIVE AND TECHNOLOGICAL RELATIONSHIPS IN MACHINES //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 8. – С. 164-169.
9. Xursanov B., Abdullaev N. FUNDAMENTALS OF EQUIPMENT OF TECHNOLOGICAL PROCESSES WITH OPTIMAL DEVICES //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 7. – С. 679-684.
10. Xursanov B., Akbarov O. CALCULATION OF GAS VOLUME IN THE MIXING ZONES OF EXTENDED CONTACT TIME BARBOTA EXTRACTOR //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 7. – С. 685-688.
11. Xursanov B. J., Mamarizayev I. M. O., Abdullayev N. Q. O. APPLICATION OF INTERACTIVE METHODS IN IMPROVING THE QUALITY OF EDUCATION //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 8. – С. 175-180.
12. Abdukarimova M., Karimova S. THE USAGE OF BUSINESS VOCABULARLY IN THE ENGLISH LANGUAGE //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. 11. – С. 919-922.
13. Ахунова Ш. Эволюционная структура и функции конкуренции //Общество и инновации. – 2021. – Т. 2. – №. 2. – С. 87-92.
14. Ахунова Ш. Рақобатнинг эволюцион тузилиши ва вазифалари //Общество и инновации. – 2021. – Т. 2. – №. 2. – С. 87-92.
15. Kosimova, M.Y., Yusupova, N.X., & Kosimova, S.T. (2021). БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИГА КЕЛТИРИЛИБ ЕЧИЛАДИГАН ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН УЧИНЧИ ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 1 (10), 406-415.

16. Султанов Н. А. и др. ВЛИЯНИЕ ФОТОТЕРМИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ НА ФОТОПРОВОДИМОСТЬ КРЕМНИЯ, ЛЕГИРОВАННОМ СЕЛЕНОМ //ADVANCED SCIENCE. – 2018. – С. 18-22.
17. Tojiboyev, Bobur Tolibjonovich , & Yusupova, Nafisaxon Xursanaliyevna (2022). INNOVATSION TEXNOLOGIYALAR ASOSIDA MAHALLIY XOM ASHYOLARDAN ISSIQLIKNI SAQLOVCHI MATERIALLARNI YARATISH VA TADBIQ ETISH. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2 (4), 95-105.
18. Tojiboyev B. T., Yusupova N. X. SUYUQ KOMPOZITSION ISSIQLIK IZOLYATSIYALOVCHI QOPLAMALARI VA ULARNING ISSIQLIK O’TKAZUVCHANLIK KOEFFISENTINI ANIQLASH USULLARI //Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences. – 2021. – Т. 1. – №. 10. – С. 517-526.
19. Yusupova N. X. The Role of Tests in Determining the Mathematical Ability of Students //Central Asian Journal Of Mathematical Theory And Computer Sciences. – 2021. – Т. 2. – №. 12. – С. 25-28.
20. Arifjanov, A., Otaxonov, M., & Abdulkhaev, Z. (2021). Model of groundwater level control using horizontal drainage. Irrigation and Melioration, 2021(4), 21-26.
21. Abdulkhaev, Z. E., Abdurazaqov, A. M., & Sattorov, A. M. (2021). Calculation of the Transition Processes in the Pressurized Water Pipes at the Start of the Pump Unit. JournalNX, 7(05), 285-291.
22. Rashidjon R., Sattorov A. Optimal Quadrature Formulas with Derivatives in the Space //Middle European Scientific Bulletin. – 2021. – Т. 18. – С. 233-241.
23. Расулов Р., Сатторов А., Махкамова Д. Вычисленние Квадрат Нормы Функционала Погрошности Улучшенных Квадратурных Формул В Пространстве //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 4. – С. 114-122.
24. Madraximov, M., Yunusaliev, E., Abdulhayev, Z., & Akramov, A. (2021). Suyuqlik va gaz mexanikasi fanidan masalalar to'plami. GlobeEdit.
25. Jamshid Ismoiljonovich Fayzullayev, Abdusalom Mutalipovich Sattorov AXBOROT VA PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR INTEGRATSIYASI ASOSIDA TEXNIKA OLIY TA’LIM MUASSASALARI TALABALARINING KASBIY KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH // Scientific progress. 2021. №7.
26. Sattorov A. M., Qo’Ziyev S. S. MATEMATIKA FANI O’QITUVCHILARINI TAYYORLASHDA FANLARARO INTEGRATSIYANING ASOSLARI //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – №. 7. – С. 322-329.